

COVID-19 Lietuvoje: matematiniai ir statistiniai modeliai

Olga Štikonienė, Alfredas Račkauskas, Remigijus Leipus

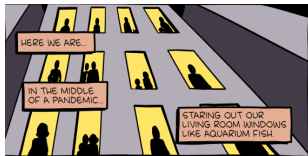
Vilniaus universitetas

61-oji LMD konferencija
2020, Šiauliai



COVID-19 pandemija, kilusi 2019 m. rudenį Kinijoje ir netrukus išplitusi visame pasaulyje, iškėlė būtinybę kuo greičiau ir tiksliau nusakyti pandemijos plitimo tendencijas, bei jos stabdymo priemonių taikymo efektyvumą.

- Kadangi COVID-19 virusas ir kilusi epidemija neturi analogų ir labai skiriasi nuo anksčiau tyrinėtų gripo, SARS ir kitų infekcijų, viso pasaulio mokslininkai susidūrė su didžiuliais iššūkiais siekiant pažinti šį virusą, sumodeliuoti jo sukeltą epidemiją bei jos plitimo tendencijas.
- Socioekonominių padariniai ir jų analizė taip pat neturi analogų ir reikalauja naujų tarpdalykinių tyrimo metodų ir atitinkamų moksliskai pagrįstų išvadų.



COVID-19 infekcija Lietuvoje: modeliavimas ir socioekonominių padarinių analizė.

Tyrimo projekto idėja yra pateikti valstybės institucijoms skirtą, matematiškai pagrįstą metodiką SARS-CoV-2 sukeltos COVID-19 infekcijos, bei galimai ir kitų įvairaus masto epidemijų, plitimo modeliavimui ir sukeltų padarinių vertinimui bei analizei.

Projekto tikslas yra sukurti duomenų analizei paremtus matematinius COVID-19 epidemijos plitimo modelius, skirtus vertinti epidemijos socioekonominį poveikį Lietuvos bei kitų šalių kontekste.

Projekto vadovė prof. Olga Štikonienė

<http://www.covid19.projektas.vu.lt>



Lietuvos
mokslo
taryba



Sprendimams dėl COVID-19 padarinių
skirti projektai / S-COV-20-4.

Projekto metu sprendžiami šie uždaviniai:

- Pasiūlyti stochastinius ir deterministinius modelius infekcijos plitimo trumpalaikėms prognozėms bei ilgalaikiams scenarijams situacijai Lietuvoje bei regionuose analizuoti.
- Įvertinti socioekonominį poveikį, remiantis nedarbo lygio, elektros suvartojimo, SODROS įmokų, mokestinių įmokų ir kitais viešai skelbiamais rodikliais, atsižvelgiant į COVID-19 plitimo scenarijus.
- Pritaikyti dirbtiniu intelektu grįstus metodus ir palyginti Lietuvos ir kitų šalių infekcijos COVID-19 sklaidos tendencijas, remiantis socialiniais, geografiniais, demografiniais, ekonominiais ir kitais požymiais.
- Įgyvendinti automatizuotą struktūrizuotų duomenų nuskaitymą iš viešų duomenų šaltinių, užtikrinti viešą jų prieigą ir vizualizuoti projekto metu gautus rezultatus.



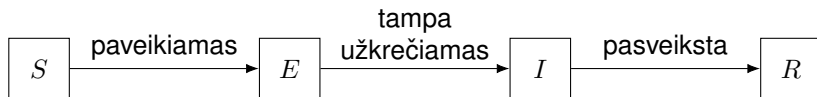
prof. Olga Štikonienė, prof. Remigijus Leipus, prof. Alfredas Račkauskas, prof. Vytautas Usonis, doc. Jurgita Markevičiūtė, doc. Rūta Levulienė, vyresn. m. d. Viktor Medvedev, doc. Povilas Treigys, vyresn. m. d. Jolita Bernatavičienė, doktorantai Jovita Gudan, Tadas Danielius ir Julius Venskus, fakulteto absolyventė Barbora Šnaraitė.

- **D. Bernulis (1760)** Matematiniai modeliai įvertintinantys skiepų nuo raupų efektyvumą.
- **J. Brownlee (1906)** Statistiniai imuninės apsaugos tyrimai: epidemijų teorija (Pirsono skirstinys).
- **W.H. Hamer (1906)** Infekcijos plitimo priklausomybė nuo imlių asmenų skaičiaus ir užsikrėtusių asmenų skaičius.
- **Sir R.A. Ross (1911)** Maliarijos kamerinis modelis.
- **W.O. Kermack, A.G. McKendrick (1927)** Pirmą kartą pritaikytas „veikiančių masių“ dėsnis pagal kurį naujai užsikrėtusių individų skaičius yra tiesiog proporcingas ligai imlių ir užsikrėtusių individų skaičiui. Išrastas determinuotas SIR modelis (Susceptible–Infected–Recovered).
- **L. Reed, W.H.Frost (1931)** Pritaikyta binominių skirstinių grandinė aprašanti užsikrėtusių individų skaičių kiekviename tarpiniame laiko intervale.
- **W.H.Frost (1937)** Tuberkuliozės epidemijos matematinis modelis.
- **D.G. Kendall (1957)** Suformuotas vienas iš pirmųjų erdvinių epidemijos plitimo modelių naudojant lygtis dalinėmis išvestinėmis.
- **H. Waaler (1962)** Vientisas tiesinis matematinis modelis aprašantis tuberkuliozės plitimą, latentinės formos ir ligos vystymąsi ir tolimesnį ligos plitimą (5 lygtys).

- [C.S. ReVelle \(1967\)](#) Pirmas tuberkuliozės modelis naudojantis netiesines diferencialines lygtis. Suformuluotas uždavinys kovos su tuberkulioze optimaliai strategijai (5 lygtys).
- [Noble \(1974\)](#), [Bailey \(1975\)](#), [Murray, Staley & Brown \(1986\)](#) Erdvinis SIR modelis (reakcijos difuzijos modelis)
- [A.A. Romaniucha \(2004\)](#) Tuberkuliozės plitimo matematiniai modeliai (6 lygtys)
- [M.Tahir \(2010\)](#) MERS sindromo Saudo Arabijoje ir Pietų Korėjoje matematinis modelis
- [A. Zlojutro \(2019-12\)](#) Keliautojų įtraukimas į SEIR modelį naudojant grafus
- [T. Chen \(2020-01\)](#) Koronaviruso plitimo matematinis modelis nuo infekcijos šaltinio (šikšnosparnių) iki žmonių Uhano provincijoje (14 lygčių)
- [L. Peng, W. Yang, D. Zhang, C. Zhuge, L. Hong \(2020-01\)](#) COVID-19 epidemijos Kinijoje dinaminis modelis.
- [J. Cheng \(2020-02\)](#) Atvirkštinis uždavinys 4 integro-diferencialinių lygčių su vėlavmu su 2 savaitių informacija apie užkrėstus ir pasveikusius individus.
- [R. Sameni \(2020-03\)](#) Matematinis COVID plitimo modelis su realiais duomenimis (5 lygtys).

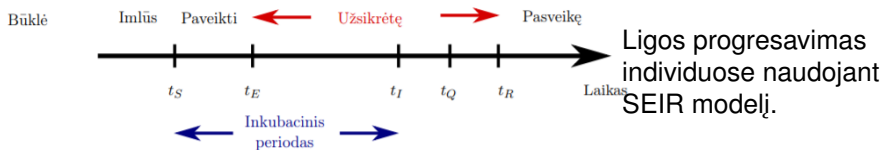
SEIR modelis

SEIR modelis – tai kamerinis epidemiologinis modelis, kurį sudaro paprastųjų diferencialinių lygčių sistema su nepriklausomu kintamuoju t , nusakančiu laiką.



pav.: Judėjimas tarp kamerų SEIR modelyje.

- S - *susceptible* - ligai imlūs asmenys
- E - *exposed* - užsikrėtę, tačiau latentiniame periode esatys asmenys
- I - *infected* - sergantys ir kitus užkrėsti galintys asmenys
- R - *recovered* - pasveikę asmenys



Modeliavimo pradžia kovo 21 d.
Buvo pasirinktas jau išbandytas Kinijoje modelis.



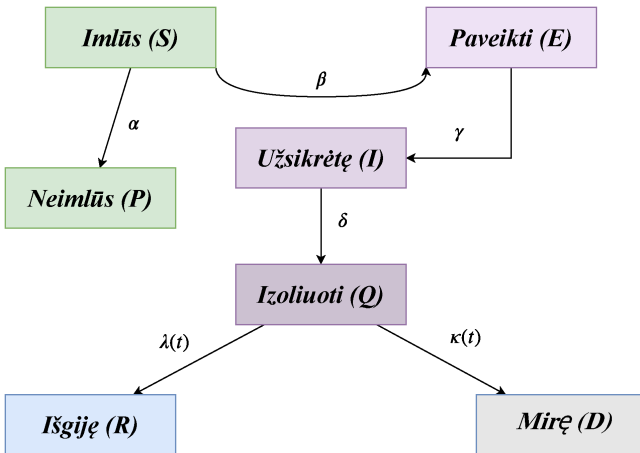
Peng, L., Yang, W., Zhang, D., Zhuge, C., Hong, L. Epidemic analysis of COVID-19 in China by dynamical modeling, , arXiv preprint arXiv:2002.06563, 2020.



Cheyne E. Generalized SEIR Epidemic Model (fitting and computation), (<https://www.github.com/ECheyne/SEIR>), GitHub.

SEIQRDP modelis

Ilgalaikėms COVID-19 plitimo Lietuvoje prognozėms naudojama klasikinio SEIR modelio variacija – SEIQRDP.



pav.: SEIQRDP modelio diagrama.

SEIQRDP modelio parametrai

Populiacijos dydis N yra nekintantis ir

$$N = S(t) + P(t) + E(t) + I(t) + Q(t) + R(t) + D(t)$$

- $S(t)$ imlių individų skaičius momentu t ,
- $P(t)$ neimlių individų skaičius momentu t ,
- $E(t)$ paveiktų individų skaičius momentu t ,
- $I(t)$ užkrėstų (infekuotų, dar neizoliuotų) individų skaičius momentu t ,
- $Q(t)$ izoliuotų individų skaičius momentu t ,
- $R(t)$ išgijusių individų skaičius momentu t ,
- $D(t)$ mirusių individų skaičius momentu t .

$t = 0$ pirmo fiksuoto užsikrėtimo COVID-19 momentas (2020 02 28).

Pradinės sąlygos:

E_0 – paveiktų individų skaičius momentu t ,

I_0 – užkrėstų individų skaičius momentu t (mūsų atveju laikome

$E_0 = 0, I_0 = 1$).

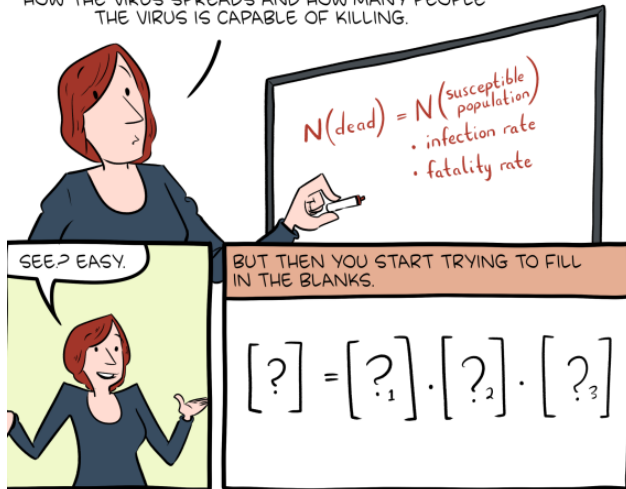
$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= -\beta \frac{S(t)I(t)}{N} - \alpha S(t), \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \beta \frac{S(t)I(t)}{N} - \gamma E(t), \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - \delta I(t), \\
 \frac{dQ(t)}{dt} &= \delta I(t) - \lambda(t)Q(t) - \kappa(t)Q(t), \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \lambda(t)Q(t), \\
 \frac{dD(t)}{dt} &= \kappa(t)Q(t), \\
 \frac{dP(t)}{dt} &= \alpha S(t).
 \end{aligned}$$

Parametras	Prasmė
β	Infekcijos perdavimo greitis
γ^{-1}	Latentinio periodo trukmė
δ^{-1}	Vidutinis karantinavimo laikas
α	Apsaugos lygis

$\lambda(t) = \lambda_0(1 - e^{-\lambda_1 t})$ – išgijimo koeficientas,

$\kappa(t) = \kappa_0 e^{-\kappa_1 t}$ – mirtingumo koeficientas.

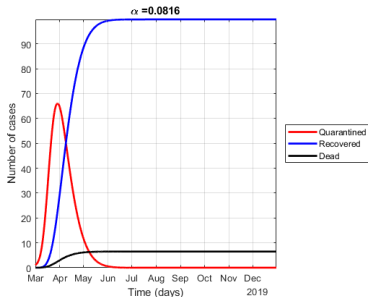
THE NUMBER OF PEOPLE WHO WILL DIE
IS A FUNCTION OF HOW MANY PEOPLE THERE ARE,
HOW THE VIRUS SPREADS AND HOW MANY PEOPLE
THE VIRUS IS CAPABLE OF KILLING.



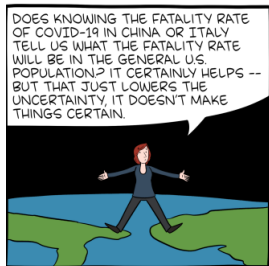
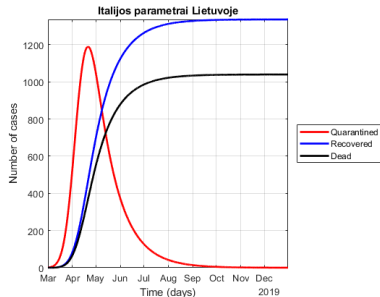
A Comic Strip Tour Of The Wild World Of Pandemic Modeling.

<https://fivethirtyeight.com/features/a-comic-strip-tour-of-the-wild-world-of-pandemic-modeling/>

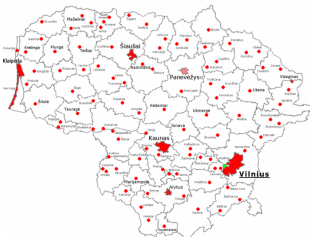
Kinijos parametrai

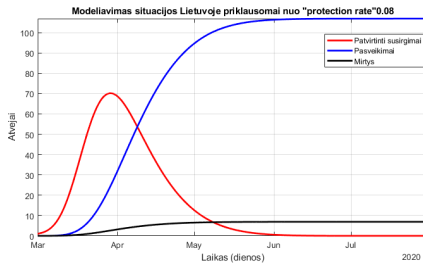
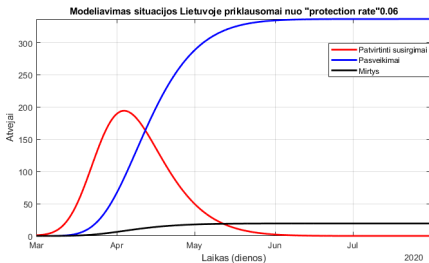
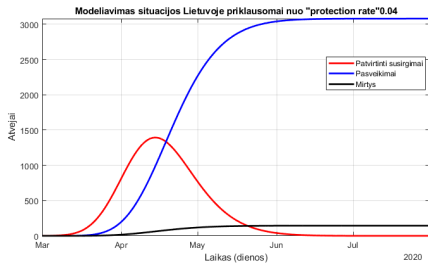
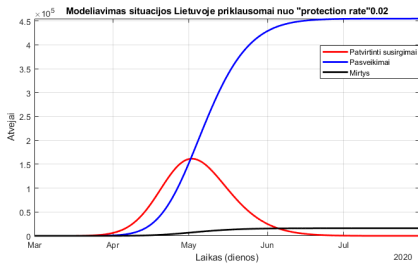


Italijos parametrai



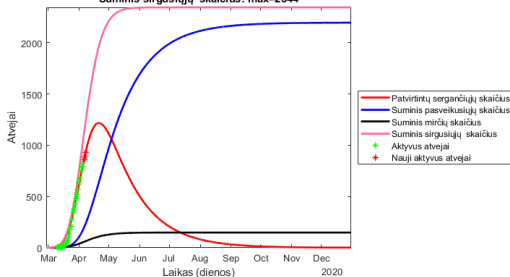
Lietuvoje?





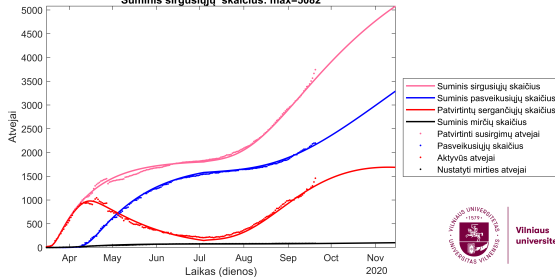
Patvirtintų sergančiųjų skaičius: max=1217 21-Apr-2020

Suminis sirgusiųjų skaičius: max=2344



Patvirtintų sergančiųjų skaičius: max=1691 10-Nov-2020

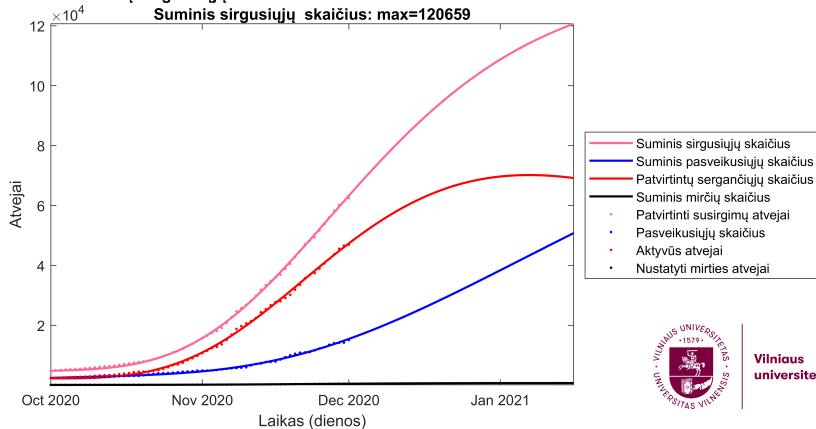
Suminis sirgusiųjų skaičius: max=5082



Vilniaus
universitetas

Patvirtintų sergančiųjų skaičius: max=70171 06-Jan-2021 21:00:00

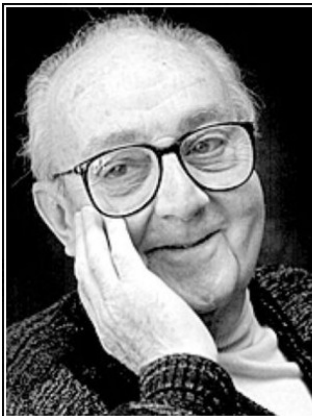
Suminis sirgusiųjų skaičius: max=120659



2020 gruodžio 01 d.



Vilniaus
universitetas



All models are wrong, but some are
useful.

— *George E. P. Box* —

AZ QUOTES